

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет «Инновационный бизнес и менеджмент»
Кафедра «Экономика и менеджмент»

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ В ЭКОНОМИКЕ

Методические указания
к контрольной работе для бакалавров заочной формы обучения
направления подготовки 38.03.01 Экономика

Ростов-на-Дону
ДГТУ
2022

УДК 338.2

Составители: А.Е. Малхасян, Л.В. Федосеева

Исследование операций в экономике: метод. указания к контрольной работе для бакалавров заочной формы обучения направлений подготовки 38.03.01 Экономика. – Ростов-на-Дону : Донской гос. техн. ун-т, 2018. – 14 с.

Содержатся методические указания по математическому моделированию бизнес-процессов в организации.

Предназначены для обучающихся заочной формы обучения направления 38.03.01 Экономика, профили «Экономика организации», «Экономика малого и среднего предпринимательства», «Мировая экономика и международный бизнес», «Банковское дело в национальной и мировой экономике», «Бухгалтерский учет, анализ и аудит».

УДК 336.2

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Донского государственного технического университета

Научный редактор д-р экон.наук, профессор К.А. Бармута

Ответственный за выпуск зав. кафедрой «Экономика и менеджмент»
д-р экон.наук, профессор К.А. Бармута

В печать 2018 г.

Формат 60x84/16. Объем усл. п. л.

Тираж экз. Заказ №

Издательский центр ДГТУ

Адрес университета и полиграфического предприятия:
344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Донской государственный
технический университет, 2022

Оглавление

Введение	4
Требования к оформлению и содержанию работы	4
Алгоритм выбора варианта контрольной работы	4
Исходные данные для выполнения контрольной работы	6
Пример выполнения контрольной работы	17
Список литературы	30

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Исследование операций в экономике» имеет целью дать студентам основы теоретических знаний и прикладных навыков применения математических методов и моделей к решению задач экономического развития субъектов рыночных отношений микро- и макроуровней, в разработке и принятии управленческих решений, а также как инструмента научных исследований и стратегического управления.

Профессиональные цели освоения дисциплины:

Дать будущим магистрам знания и практические навыки принятия оптимальных решений, основываясь на экономических расчетах, обработке экономической информации и построении оптимизационных моделей.

Задачи дисциплины:

1. приобретение навыков применения математических методов в мониторинге социально-экономического развития;
2. Выявление динамики, тенденций и ключевых факторов развития. Диагностика ситуаций неопределенности и риска;
3. изучение методологических основ применения экономико-математических методов и моделей в теории управления;
4. приобретение навыков моделирования экономических систем;
5. применение методов экономико-математического моделирования к задачам инновационного развития, стратегического управления и хозяйственной деятельности.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ И СОДЕРЖАНИЮ РАБОТЫ

Работа должна быть выполнена студентами строго по графику в соответствии со своим вариантом. Работа выполняется в тонкой тетради и должна быть написана студентом «от руки».

Контрольная работа включает решение четырех задач, по одной на каждый раздел дисциплины «Исследование операций в экономике».

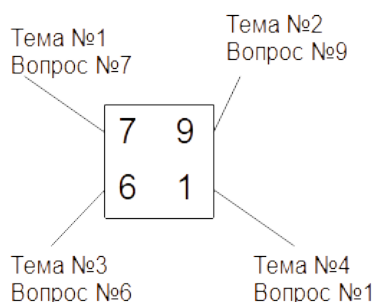
АЛГОРИТМ ВЫБОРА ВАРИАНТА КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Учебным планом для студентов заочной формы обучения по курсу «Исследование операций в экономике» предусмотрено выполнение одной контрольной работы.

Контрольная работа предусматривает решение задач по основным темам рабочей программы курса.

Вариант контрольной работы определяется по таблице в зависимости от двух последних цифр зачетной книжки.

Например, последние две цифры зачетной книжки 23, следовательно, вариант 23. Номера задач согласно варианту 7,9,6,1



Работа должна быть выполнена студентами строго по графику в соответствии со своим вариантом.

При выполнении контрольной работы рекомендуется изучить литературу. В конце работы следует привести список используемой литературы.

При итоговом контроле по данной дисциплине контрольная работа представляется экзаменатору.

Таблица 1 — Варианты заданий на контрольную работу

Предпоследняя цифра зачетной книжки	Последняя цифра зачетной книжки									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Номера задач									
0	1 10	2 9	3 8	4 7	5 6	6 5	7 4	8 3	9 2	10 1
	6 1	5 2	4 3	3 4	2 5	1 6	6 7	5 8	4 9	3 10
1	3 1	4 2	5 3	6 4	7 5	8 6	9 7	1 8	2 9	3 10
	3 5	2 6	1 7	2 8	3 9	4 1	5 2	6 3	1 4	2 5
2	4 3	5 5	6 7	7 9	8 1	9 3	1 5	2 7	3 9	4 2
	4 7	5 8	6 9	1 1	2 2	3 3	4 4	5 5	6 6	5 8
3	5 4	6 6	7 9	8 2	9 3	10 5	1 7	2 9	3 2	4 4
	1 9	6 10	5 1	4 2	3 3	2 4	1 6	2 7	3 8	4 9
4	5 6	6 8	7 10	8 2	9 4	10 6	1 8	2 10	3 8	4 6
	5 9	6 1	3 2	1 3	3 4	5 5	6 7	4 8	3 9	2 10
5	5 4	6 1	7 3	8 5	9 7	10 9	1 1	2 3	3 5	4 7
	7 1	4 2	6 3	3 4	5 5	2 6	4 8	1 9	3 10	6 1
6	5 9	6 3	7 2	8 1	9 8	10 7	1 6	2 5	3 4	4 3
	8 2	1 3	5 4	4 5	6 6	6 7	5 9	5 9	4 1	6 2
7	5 2	6 10	7 1	8 9	9 2	10 8	1 3	2 7	3 4	4 5
	1 3	3 4	5 5	2 6	4 7	1 8	3 9	2 1	3 2	4 3
8	5 5	6 6	7 7	8 8	9 9	10 10	1 2	2 10	3 1	4 1
	3 4	4 5	5 6	1 7	1 8	2 9	3 9	4 1	5 2	6 3
9	5 10	6 7	7 9	8 1	9 8	10 9	2 1	3 3	4 2	5 9
	6 4	2 5	1 6	4 7	3 8	2 9	1 9	6 1	5 2	4 3

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

ТЕМА 1. Графическое решение задачи линейного программирования. Симплекс-метод решения задач линейного программирования.

Задача 1

Швейная фабрика выпускает юбки и брюки, используя при этом имеющееся оборудование, электроэнергию и ткань. Нормы расхода ресурсов на одно изделие, запасы этих ресурсов, а также цены готовой продукции приведены ниже.

Ресурсы	Расход на одно изделие		Суточный запас ресурсов
	юбка	брюки	
Оборудование, чел/час	2	3	600
Электронергия, кВт/час	4	2,5	1000
Ткань, м	1,5	2	900
Цена одного готового изделия, тыс. руб.	1	1,2	

1. Зная, что суточный спрос на брюки никогда не превышает 150 шт., определить план производства швейной фабрики, обеспечивающей максимальный доход.
2. Какой из используемых ресурсов является наиболее дефицитным и на сколько целесообразно увеличить его запас?
3. Возможно ли снижение суточного запаса ткани? Если да, то на какую величину?
4. Если цена одной юбки снизится до 0,9 тыс. руб., как это повлияет на оптимальное решение?

Задача 2

Три станка обрабатывают 2 вида деталей -А и В. Каждая деталь проходит обработку на всех трех станках. Известны: время обработки детали на каждом станке, время работы станков в течение одного цикла производства и цена одной детали каждого вида.

Ресурсы	Время обработки одной детали, ч		Время работы станка за один цикл производства, ч.
	А	В	
I	1	2	16
II	1	1	10
III	3	1	24
Цена одной детали, тыс. руб.	4	6	

1. Определить план производства деталей А и В, обеспечивающий максимальный доход цеху.
2. Является ли рабочее время второго станка дефицитным ресурсом? Если да, то на какую величину это время нужно увеличить?
3. Определить возможное снижение времени работы станков за один цикл производства.
4. Если цена детали В снизится до 5 тыс. руб., как это повлияет на решение?

Задача 3

Предприятие располагает ресурсами двух видов в количестве 120 и 80 единиц соответственно. Эти ресурсы используются для выпуска продукции двух видов, причем расход на изготовление единицы продукции первого вида составляет 2 ед. ресурса первого вида и 2 ед. ресурса второго вида; единицы продукции второго вида — 3 ед. ресурса первого вида и 1 ед. ресурса второго вида. Цена единицы продукции первого вида — 10 тыс. руб., второго вида — 15 тыс. руб. Установлено, что спрос на продукцию первого вида никогда не превышает 22 шт. в сутки.

1. Определить план производства продукции обоих видов, обеспечивающий наибольший доход предприятию.
2. Установить, какой из ресурсов наиболее дефицитен и почему.
3. Если спрос на изделия первого вида снизится до 15 шт. в сутки, как это повлияет на решение?
4. Если цена изделия второго вида снизится до 8 тыс. рублей, как это повлияет на решение?

Задача 4

Цех выпускает изделия двух видов: валы и втулки. На производство одного вала рабочий тратит 3 часа, одной втулки — 2 часа. Валы предприятие реализует по цене 80 руб. за штуку, втулки — по цене 60 руб. Известно, что в сутки можно реализовать не более 200 валов и не более 300 втулок.

1. Определить суточную производственную программу цеха, обеспечивающую наибольший доход при условии, если фонд рабочего времени производственных рабочих составляет 900 чел/час.
2. Является ли фонд рабочего времени дефицитным ресурсом?
3. Если спрос на валы увеличится до 300 шт., как это повлияет на решение?
4. В каких пределах может меняться цена одной втулки, чтобы прежнее оптимальное решение сохранилось?

Задача 5

Хозяйство располагает следующими производственными ресурсами: площадь пашни составляет 600 га, количество человеко-дней труда — 4000. В таблице приведена информация о данном хозяйстве.

Ресурсы	Культура	
	зерновые	кормовые
Затраты труда, чел/дни	5	10
Урожайность, ц/га	28	36

1. Определить наиболее эффективное сочетание зерновых и кормовых культур при условии, что под кормовые культуры должно быть занято не более 300 га пашни.
2. Являются ли затраты труда дефицитным ресурсом и почему?
3. Если площадь пашни увеличится до 800 га, повлияет ли это на решение?
4. Как должна измениться урожайность зерновых культур, чтобы это повлияло на решение?

Задача 6

Фабрика по производству игрушек выпускает кукол и мишек. Для их производства используются поролон и ткань. Нормы расхода этих материалов, суточный запас, а также цены готовой продукции приведены в таблице.

Исходные материалы	Нормы расхода на готовое изделие		Суточный запас материалов
	кукла	мишка	
Ткань, м	1	1,5	900
Поролон, кг	2	1	800
Ткань одного изделия, руб.	200	300	

1. Установлено, что суточный спрос на кукол не превышает 300шт. Определить план производства фабрики игрушек, обеспечивающий максимальный доход от реализации.
2. Если спрос на кукол возрастет до 50 шт. в сутки, как изменится решение и почему?
3. Если суточный запас поролона увеличить до 900 кг, как изменится решение?
4. В каких пределах может колебаться цена одной куклы, чтобы оптимальный план производства остался прежним?

Задача 7

Для производства двух сортов мороженого (сливочного и молочного) комбинат использует сахар и сливки. Нормы затрат этих продуктов, суточные запасы, а также цена реализации по каждому виду мороженого приведены в таблице.

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на 1 кг мороженого		Общие запасы продуктов
	молочное	сливочное	
Сливки, кг.	0,2	0,1	160
Сахар, кг	0,2	0,4	240
Трудоемкость, чел. час	2	3	1800
Цена 1 кг мороженого, руб.	60	75	

1. Считая, что сбыт мороженого обеспечен, определить сколько сливочного и молочного мороженого должен выпускать в сутки комбинат, чтобы доход от реализации был максимальным.
2. Определить, увеличение запасов каких продуктов наиболее целесообразно и почему.

Задача 8

Для производства карамели двух видов А и В кондитерская фабрика использует сахар и фруктовое пюре. Нормы затрат этих продуктов, а также затраты на 1 кг карамели, цены ее реализации и общий запас производственных ресурсов указаны ниже в таблице

1. Считая, что сбыт обеспечен, определить сколько карамели А и В надо выпускать фабрике, чтобы доход от реализации был максимальным.

2. Определить, возможно ли снижение запасов каких-либо ресурсов и на какую величину?

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на 1 кг изделия		Общее запас ресурсов
	Карамель А	Карамель В	
Сахар, кг.	0,2	0,6	180
Фруктовое пюре, кг	0,4	0,2	120
Трудоемкость, чел. час	0,4	0,5	180
Цена 1 кг карамели, руб.	45	60	

Задача 9

На основе симплекс-таблицы ответьте на следующие вопросы:

1. Как измениться производственный план, доход и остаток избыточного ресурса, если запас третьего ресурса уменьшится на 5 кг?

2. На какую максимальную величину можно уменьшить запас второго ресурса, не уменьшая дохода?

	x1	X2	S1	S2	S3	b
x1	1	0	5	0	0	150
x2	0	0	-20	-40	-40	230
S3	0	1	-15	50	10	100
	0	0	65	170	0	1900

Задача 10

Проведите анализ чувствительности нижеследующей итоговой симплекс таблицы, ответив на следующие вопросы:

1. Определить оптимальный производственный план

2. Чему будет равен доход при оптимальном производственном плане

3. Какие ресурсы являются дефицитными?

4. Какой ресурс является избыточным? Каков остаток избыточного ресурса?

5. Как измениться производственный план, доход и остаток избыточного ресурса, если запас третьего ресурса уменьшится на 10 кг?

6. Как измениться производственный план, доход и остаток избыточного ресурса, если запас первого ресурса уменьшится на 10 кг? На какую максимальную величину можно уменьшить запас первого ресурса, так, чтобы производственный план остался прежним?

	x1	X2	S1	S2	S3	b
x1	1	0	3	0	0	150
S2	0	0	20	20	-3	120
x2	0	1	-8	0	2	180
	0	0	7	0	100	550

ТЕМА 2. Транспортная задача.

Задача 1

Два торговых склада поставляют продукцию в четыре магазина. Издержки транспортировки продукции с торговых складов в магазины, наличие продукции на складах и потребности магазинов приведены в следующей таблице:

Торговый склад	Транспортные издержки, рублей за единицу / Магазины				Предложение продукции, ед.
	A	B	C	D	
1	4	8	5	6	100
2	8	2	4	7	200
Потребность в продукции, ед.	50	100	75	75	

1. Требуется найти распределение перевозок, позволяющее свести к минимуму общие транспортные издержки:

- методом минимальной стоимости
- методом северо-западного угла
- методом Фогеля

2. Рассчитайте транспортные издержки для каждого распределения. Какое распределение наиболее эффективно?

Задача 2

Три завода поставляют некую разновидность стали на 5 торговых складов. Спрос каждого торгового склада, наличие стали на заводах, а также значения стоимости транспортировки 1т стали приведены в нижеследующей таблице

Завод	Транспортные издержки (руб./за единицу) / Торговый склад					Предложение, т
	1	2	3	4	5	
A	20	27	33	25	34	200
B	22	36	34	28	26	250
C	26	29	27	26	28	300
Потребность, т	100	150	200	100	200	

Требуется определить минимальную стоимость транспортировки (распределить и определить оптимальность решения, при необходимости перераспределить и определить оптимальность нового распределения).

Задача 3

Три торговых склада (X,Y,Z) могут осуществлять поставки 6,3 и 4 единиц продукта в три магазина (L,M, N), спрос которых равен 4,5 и 1 единицам соответственно. Значения единичной стоимости транспортировки указаны в приведенной ниже таблице.

Торговый склад	Магазин/ руб .ед			Общее предложение
	L	M	N	

X	6	4	9	6
Y	5	3	2	3
Z	2	3	6	4
Общая потребность	4	5	1	

Как следует распределить перевозки, чтобы общая стоимость транспортировки была минимальной?

Задача 4

Решите транспортную задачу, распределив ресурсы методом Фогеля

5	4	6	3	200
1	10	2	1	300
2	3	3	1	100
150	150	250	50	600
				600

Задача 5

Решите транспортную задачу, распределив ресурсы методом Фогеля.

7	3	4	80
5	7	8	60
3	8	2	60
30	70	60	

Задача 6

Решите задачу Венгерским методом

	Сумма выручки, полученная торговым агентом с торговой точки в день (тыс. руб.)			
	Торговая точка 1	Торговая точка 2	Торговая точка 3	Торговая точка 4
Торговый агент1	18	20	19	11
Торговый агент2	14	17	19	26
Торговый агент3	16	15	13	11
Торговый агент4	10	13	12	14

Необходимо закрепить торговых агентов за торговыми точками так, чтобы общая ежедневная выручка была максимальной

Задача 7

Решите задачу о назначениях

3	8	2	10
8	7	2	9
6	4	2	7
8	4	2	3

Задача 8

Решите задачу о назначениях

3	9	2	3
6	1	5	6
9	4	7	10
2	5	4	2

Задача 9

Рассмотреть следующую задачу распределения четырех рабочих по четырем станкам. Соответствующие коэффициенты стоимости в долларах приведены в таблице. Рабочий 1 не может работать на станке 3, а рабочий 3 — на станке 4. Найти решение.

		Станки			
		1	2	3	4
Рабочий	1	5	5	-	3
	2	7	4	2	3
	3	9	3	5	-
	4	7	2	6	7

Задача 10

Решить задачу оптимального использования трех торговых агентов в трех городах, если задана матрица покупательных способностей с ij , реализуемых i -м агентом в j -м городе.

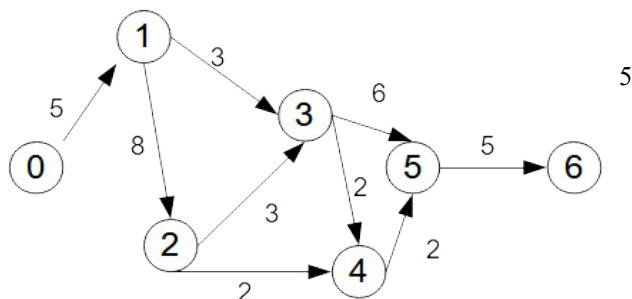
	200	270	360
C =	180	240	330
	210	300	300

ТЕМА 3. Модели сетевого планирования и управления

Задача 1

Рассчитать параметры сетевого графика:

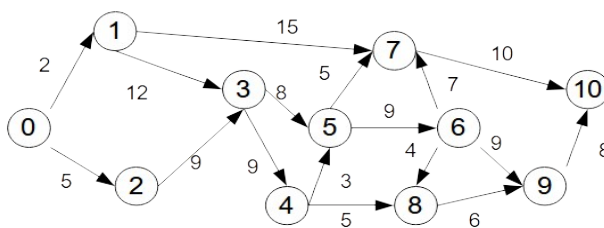
6. Выделить критический путь и найти его длину;
7. Определить резервы времени каждого события;
8. Определить резервы времени всех работ и коэффициент напряженности работы предпоследней работы



Задача 2

Рассчитать параметры сетевого графика:

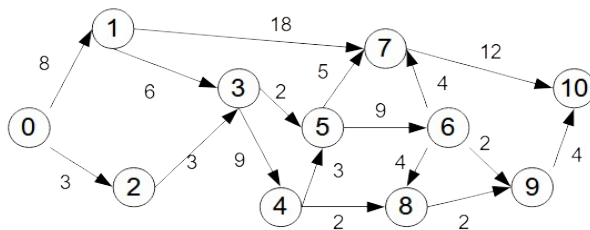
1. Выделить критический путь и найти его длину;
2. Определить резервы времени каждого события;
3. Определить резервы времени всех работ и коэффициент напряженности работы предпоследней работы



Задача 3

Рассчитать параметры сетевого графика:

1. Выделить критический путь и найти его длину;
2. Определить резервы времени каждого события;
3. Определить резервы времени всех работ и коэффициент напряженности работы предпоследней работы



Задача 4

Рассчитать параметры сетевого графика:

1. Построить сетевой график
2. Выделить критический путь и найти его длину;
3. Определить резервы времени каждого события;
4. Определить резервы времени всех работ и коэффициент напряженности работы предпоследней работы

(i,j)	1,2	1,3	1,4	2,4	2,5	2,6	3,4	3,5	3,8	4,5	5,7	6,7	6,8	7,8
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

T (I,j)	3	4	1	4	5	4	1	5	6	4	4	3	2	2
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Задача 5

Рассчитать параметры сетевого графика:

1. Построить сетевой график
2. Выделить критический путь и найти его длину;
3. Определить резервы времени каждого события;
4. Определить резервы времени всех работ и коэффициент напряженности работы предпоследней работы

(i,j)	1,2	2,3	2,4	2,5	2,7	3,7	4,5	5,6	6,7	6,8	8,9
T (I,j)	4	3	5	1	8	3	5	5	9	6	8

Задача 6

Рассчитать параметры сетевого графика:

1. Построить сетевой график
2. Выделить критический путь и найти его длину;
3. Определить резервы времени каждого события;
4. Определить резервы времени всех работ и коэффициент напряженности работы предпоследней работы

(i,j)	1,2	1,3	2,3	2,4	3,4	4,5	4,6	4,7	5,8	6,9	7,11	8,10	9,11	10,11
T (i,j)	6	7	8	9	5	4	6	5	6	7	9	3	5	7

Задача 7

Пусть для некоторого комплекса работ установлены оценки для каждой работы на уровне нормативных продолжительностей и срочного режима, а также даны стоимости. Информация представлена в таблице

	Нормативный режим		Срочный режим	
	Продолжительность, дни	Стоимость, м/р	Продолжительность, дни	Стоимость, м/р
1,2	3	6	2	11
1,3	5	8	3	12
1,4	4	7	8	9
2,5	10	25	8	30
3,5	8	20	6	24
3,6	15	26	12	30
4,6	13	24	10	30
5,7	3	15	6	25
6,7	4	10	3	15

1. Построить график данного комплекса работ и рассчитать:
2. временные характеристики сетевого графика при нормальном режиме работ;
3. найти критический путь;
4. полные резервы времени;
5. временные характеристики сетевого графика при срочном режиме работ;
6. найти критический путь;
7. полные резервы времени;
8. определить стоимость работ.

Задача 8

Пусть для некоторого комплекса работ установлены оценки для каждой работы на уровне нормативных продолжительностей и срочного режима, а также даны стоимости. Информация представлена в таблице:

	Нормативный режим		Срочный режим	
	Продолжительность, дни	Стоимость, м/р	Продолжительность, дни	Стоимость, м/р
1,2	5	3	4	5
1,3	8	4	6	6
2,4	6	9	4	6
2,5	15	15	10	20
3,5	8	12	6	8
4,6	12	6	10	25
4,7	10	12	7	8
5,7	3	5	2	3
6,7	4	10	3	8

1. Построить график данного комплекса работ и рассчитать:
2. временные характеристики сетевого графика при нормальном режиме работ;
3. найти критический путь;
4. полные резервы времени;
5. временные характеристики сетевого графика при срочном режиме работ;
6. найти критический путь;
7. полные резервы времени;
8. определить стоимость работ.

ТЕМА 4. Системы массового обслуживания

Задача 1 (СМО с отказами)

На вход двухканальной СМО с отказами поступает поток заявок с интенсивностью $\lambda = 12$ заявок в час. Время обслуживания заявки одним каналом $t_{обсл} = 15$ мин. Найти абсолютную пропускную способность системы.

Задача 2 (СМО с отказами)

На вход пятиканальной СМО с отказами поступает поток заявок с интенсивностью $\lambda = 60$ заявок в час. Время обслуживания заявки одним каналом $t_{обсл} = 1$ минута. Найти среднее число занятых каналов системы.

Задача 3 (СМО с неограниченной очередью)

Станция «железная дорога» в мегаполисе принимает составы для разгрузки угля на $n = 5$ платформа. В среднем за сутки на станцию прибывают 16 составов с углем. Поступление носит случайный характер. Плотность прихода составов показала, что поступление на разгрузку удовлетворяет пуассоновскому потоку с параметром $\alpha = 2/3$ состава в час. Время разгрузки состава является случайной величиной, удовлетворяющей экспоненциальному закону со средним временем разгрузки $t_{ср} = 6$ час. Простой состава в сутки составляет $q_{ож} = 100$ у.е; простой платформы в сутки за опоздание прихода состава — $q_{пр} = 1000$ у.е; стоимость эксплуатации платформы в сутки — $q_3 = 1000$ у.е. Рассчитать издержки за сутки. Требуется провести анализ эффективности функционирования станции.

Задача 4 (СМО с отказами)

Интернет-провайдер в небольшом городе имеет 5 выделенных каналов обслуживания. В среднем на обслуживание одного клиента уходит 25 минут. В систему в среднем поступает 6 заявок в час. Если свободных каналов нет, следует отказ. Определить характеристики обслуживания: вероятность отказа, среднее число занятых обслуживанием линий связи, абсолютную и относительную пропускные способности, вероятность обслуживания. Найти число выделенных каналов, при котором относительная пропускная способность системы будет не менее 0,95. Считать, что потоки заявок и обслуживаний простейшие.

Задача 5 (СМО с неограниченной очередью)

Порт имеет один причал для разгрузки судов. Интенсивность потока 0,4 в сутки, среднее время разгрузки одного судна 2 суток. В предположении неограниченности очереди определить показатели эффективности работы причала и вероятность ожидания разгрузки не более 2 судов.

Задача 6 (СМО с неограниченной очередью)

На вход двухканальной СМО с неограниченной очередью поступает поток заявок с интенсивностью $\lambda = 12$ заявок в час. Время обслуживания заявки одним каналом $t_{обсл} = 15$ мин. Рассчитать параметры эффективности работы системы.

Задача 7 (СМО с ограниченной длиной очереди)

Порт имеет один причал для разгрузки судов. Интенсивность потока 0,4 в сутки, среднее время разгрузки одного судна 2 суток. Определить показатели работы порта при условии, что судно покидает порт при наличии в очереди более 3 судов.

Задача 8 (СМО с ограниченной длиной очереди)

В мини-маркет поступает поток покупателей с интенсивностью 6 покупателей в 1 мин., которых обслуживают три контролера-кассира с интенсивностью 2 покупателя в 1 мин. длина очереди ограничена 5 покупателями. Рассчитать параметры эффективности работы системы.

Задача 9 (СМО с ограниченной длиной очереди)

На автомойку в среднем за час приезжают 9 автомобилей, но если в очереди уже на-

ходятся 4 автомобиля, вновь подъезжающие клиенты, как правило, не встают в очередь, а проезжают мимо. Среднее время мойки автомобиля составляет 20 мин., а мест для мойки всего два. Средняя стоимость мойки автомобиля составляет 70 руб. Определите среднюю величину потери выручки автомойки в течение дня.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Пример №1 практического задания по теме 1.

Швейная фабрика выпускает юбки и брюки, используя при этом имеющееся оборудование, электроэнергию и ткань. Нормы расхода ресурсов на одно изделие, запасы этих ресурсов, а также цены готовой продукции приведены ниже. Суточный спрос на брюки не превышает 18шт.

Производственные факторы	Расходы на 1 готовое изделие		Максимально возможной суточный запас
	брюк	юбки	
Ткань, м	1,5	2	42
Трудоемкость, чел/час	3	2	60
Накладные расходы, руб.	5	5	200
Цена 1 изделия, руб.	60	50	

1. Требуется установить количество брюк и юбок, которые нужно сшить за сутки, если известны затраты на пошив этих изделий и их цена реализации на рынке. Доход должен быть максимальным
2. На какую величину можно увеличить запас каждого ресурса для улучшения полученного оптимального значения целевой функции f ?
3. Увеличение объема какого ресурса наиболее выгодно?
4. В каких пределах допустимо изменение цен на 1 изделия, чтобы производственная программа осталась прежней?

Решение:

Производственная функция имеет линейный вид:

$$f(x_1, x_2) = 60x_1 + 50x_2 \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1,5x_1 + 2x_2 \leq 42 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 60 \\ 5x_1 + 5x_2 \leq 200 \\ x_1 \leq 18 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

Следовательно, имеем задачу линейного программирования.

Решим задачу графическим способом

Построим многоугольник решений:

Выразим x_2 через x_1 :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 \leq 21 - \frac{3}{4} x_1 \quad (1) \\ x_2 \leq 30 - \frac{3}{2} x_1 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}x_2 &\leq 40 - x_1 \quad (3) \\x_1 &\leq 18 \quad (4) \\x_1 &\geq 0, x_2 \geq 0\end{aligned}$$

2. Построим графики функций:

$$\begin{cases}x_2 = 21 - \frac{1}{2} x_1 \quad (1) \\x_2 = 30 - \frac{3}{2} x_1 \quad (2) \\x_2 = 40 - x_1 \quad (3) \\x_1 = 18 \quad (4)\end{cases}$$



Многоугольник решений заданной системы является фигура с вершинами ABCD, где

A — имеет координату (0;0)

B — точка пересечения прямой (1) с осью ординат и имеет координаты (0; 21)

C — точка пересечения прямых (1) и (2)

D — точка пересечения прямой (2) и прямой (4)

E — точка пересечения прямой (4) и оси абсцисс и имеет координаты (18;0)

Найдем координаты точек C и D:

1. Пересечением прямой (1) и прямой (2) является точка C. Приравняем уравнения прямых (1) и (2):

$$21 - \frac{1}{2} x_1 = 30 - \frac{3}{2} x_1$$

$x_1 = 12$, Подставим полученное значение в уравнение (1) или (2) — получим значение $x_2 = 12$

Так координата точки C (12;12)

2. Пересечением прямой (2) и прямой (4) является точка D.

$x_1 = 18$. Подставим это значение в уравнение прямой (2) — получим: $x_2 = 3$

Координата точки D (18;3)

Так как $f(x) = 60x_1 + 50x_2$, то значение функции в точке

A $f(0;0) = 0$

B $f(0;21) = 1\ 050$

C $f(12;12) = 1\ 320$

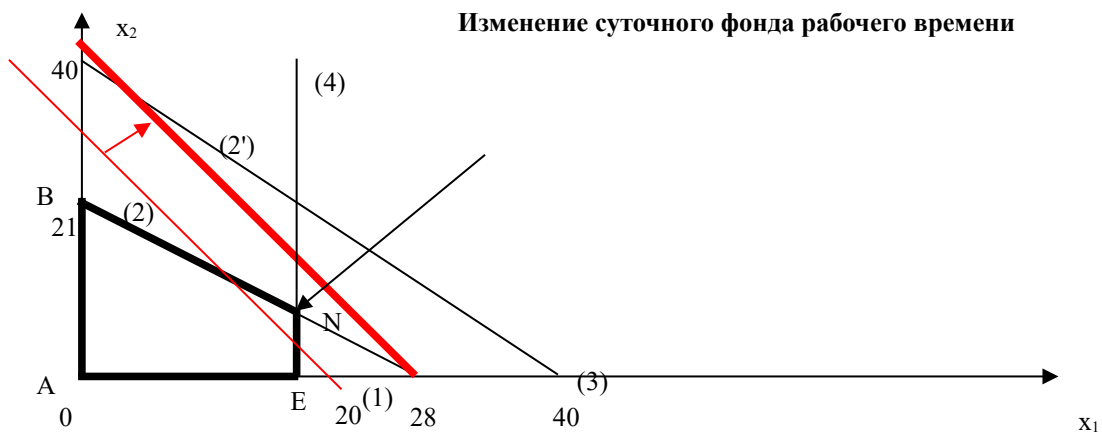
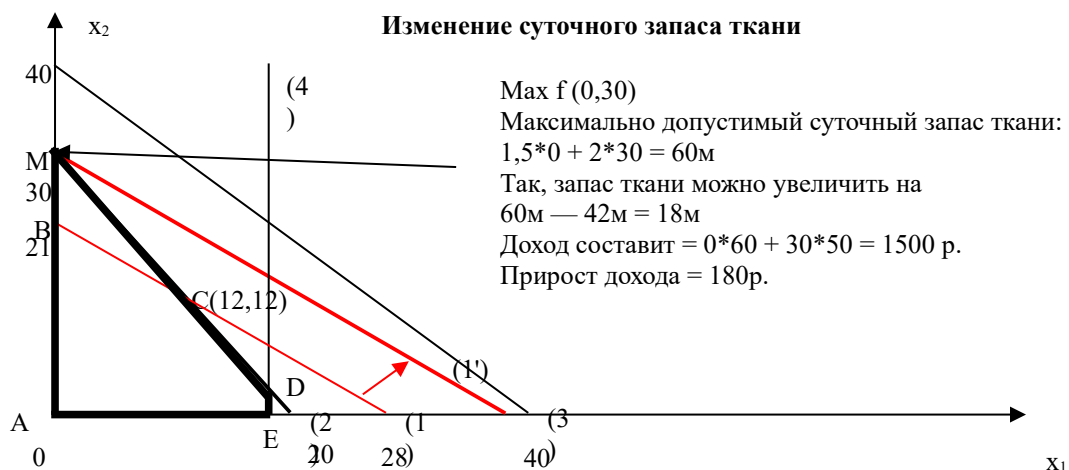
D $f(18;3) = 1\ 230$

E $f(18;0) = 1\ 080$

Так, максимальное значение функция $F(x)$ принимает в точке C с координатами (12;12).

Следовательно оптимальный план производства : выпуск 12 брюк и 12 юбок в сутки

Определим, на сколько можно увеличить запас каждого ресурса для улучшения полученного оптимального значения целевой функции f ?





Результаты проведенного исследования можно свести в таблицу:

Ресурсы	Тип ресурсов	Максимальное изменение запаса ресурсов	Максимально изменение дохода от реализации, р.
1	Дефицитный	60 — 42 = 18 м.	1500 — 1320 = 180 р.
2	Дефицитный	69 — 60 = 9 чел/ час	1455 — 1320 = 15 р.
3	Избыточный	120 — 200 = -80 руб.	1320 — 1320 = 0 р.
4	Недефицитный	12 -18 = - 6 шт	1320 -1320 = 0р

Таким образом, запас ресурса 1 (ткань) можно увеличить на 18 м., что приведет к росту дохода на 180р. Запас ресурса 2 (трудоемкость) можно увеличить на 9 чел/час, что приведет к росту дохода 15р. Запас Ресурса 3 (накладные расходы) можно уменьшить на 80 руб. без ущерба для производства. Если спрос на брюки снизится на 6шт в сутки — это также не принесет никакого ущерба производству.

Пусть ценность дополнительной единицы ресурса i — y_i . Тогда величина y_i определяется из соотношения:

y_i = максимальное приращение оптимального значения дохода F / Максимально допустимый прирост ресурса I

$$\text{Так, ценность первого ресурса } y_1 = \frac{180 \text{ руб}}{18 \text{ м}} = 10 \text{ руб./м}$$

$$\text{Ценность второго ресурса } y_2 = \frac{135 \text{ руб}}{9 \text{ чел/ч}} = 15 \text{ руб./чел-час}$$

Таким образом, целесообразно увеличить запас второго ресурса, так как его увеличение на 1 единицу приводит к росту дохода на 15 руб.

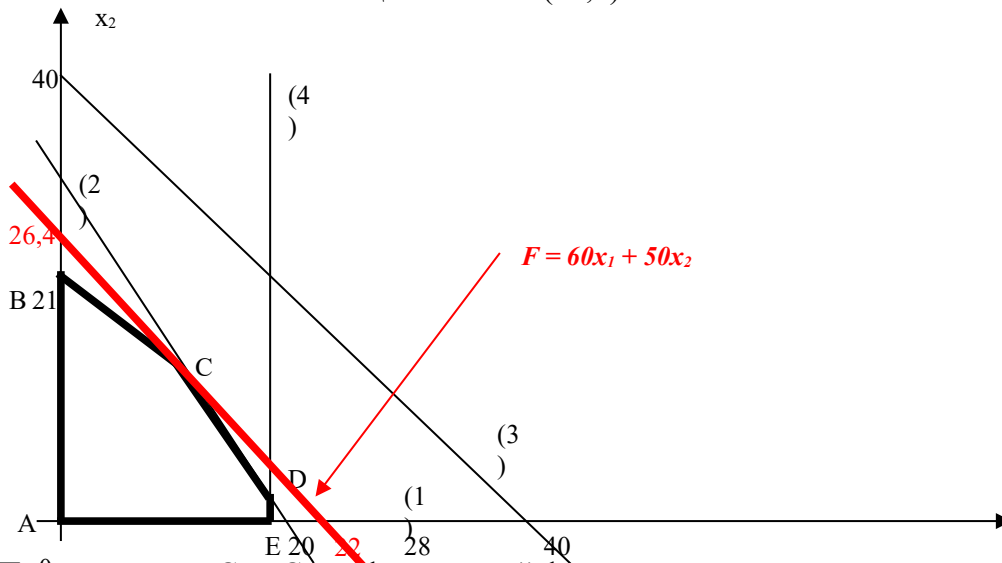
Определим, В каких пределах допустимо изменение цен на 1 изделия, чтобы производственная программа осталась прежней?

Построим график нашей целевой функции:

$$F = 60x_1 + 50x_2$$

Так, графиком целевой функции является прямая, проходящая через оптимальную точку $C(12,12)$.

Прямая пересекает ось ординат в точке $(0;26,4)$,
ось абсцисс в точке $(22;0)$



При изменении C_1 и C_2 график целевой функции вращается вокруг точки C .

Если C_1 увеличивается или C_2 уменьшается, прямая вращается по часовой стрелке.

Если C_1 уменьшается или C_2 увеличивается, прямая вращается против часовой стрелки.

Вычислим границы интервалов возможных колебаний C_1 и C_2 , при которых C останется оптимальной.

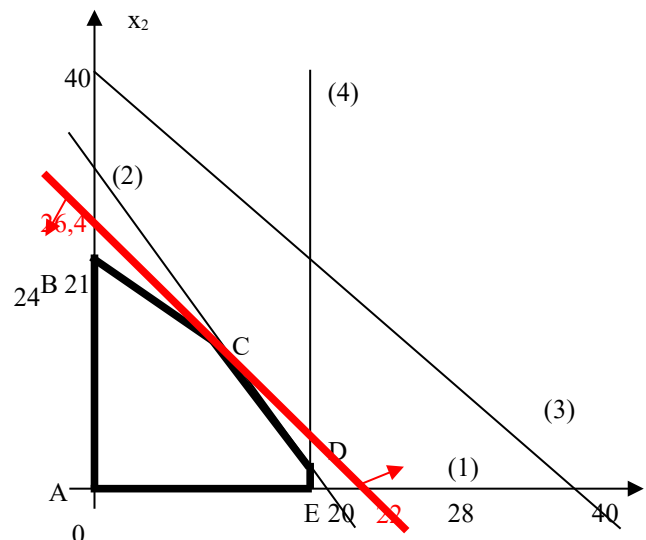
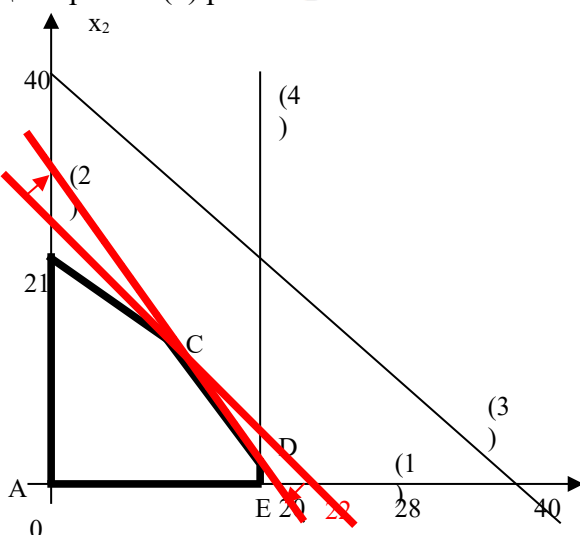
Зафиксируем $C_2 = 50$, тогда целевая функция:

$$C_1x_1 + 50x_2 = F, \quad x_2 = \frac{F}{50} - \frac{C_1}{50}x_1, \quad \text{где } \frac{C_1}{50} \text{ — тангенс угла наклона прямой (1)}$$

Точка C будет оставаться оптимальной до тех пор, пока наклон прямой не выйдет за пределы, определяемые наклонами прямых ограничений (1) и (2).

Тангенс угла наклона для прямой (1) равен $\frac{3}{4}$,

для прямой (2) равен $\frac{3}{2}$.



Определим диапазон колебаний c_1 :

$$\frac{C1}{50} = \frac{3}{4}, \text{ тогда } c_1 = 37,5$$

$$\frac{C1}{50} = \frac{3}{2}, \text{ тогда } c_1 = 75$$

Таким образом интервал изменения c_1 , в котором точка s — единственная оптимальная, определяется неравенством $37,5 \leq c_1 \leq 75$

Зафиксируем $c_1 = 60$, тогда целевая функция:

$$F = 60x_1 + c_2x_2$$

$$x_2 = \frac{F}{C2} - \frac{60}{c2} \cdot x_1$$

$$\frac{60}{c2} = \frac{3}{2}, c_1 = 40$$

$$\frac{60}{c2} = \frac{3}{4}, c_2 = 80$$

Таким образом интервал изменения c_2 , в котором точка s — единственная оптимальная, определяется неравенством $40 \leq c_2 \leq 80$

Как только $c_1 = 37,5$ долл., ресурс (2) становится недефицитным. т. е., если доход от продажи одних брюк станет меньше 37,5 долл., надо пересматривать суточную производственную программу. Теперь $x_1 = 21$, $x_2 = 0$

Когда значение C_1 превысит 75 долл., суточная производственная программа будет предусматривать 18 брюк и 3 юбок (оптимальный план — точка D)

Пример №2 практического задания по теме 2.

Три поставщика поставляют продукцию в три магазина. Издержки транспортировки продукции с торговых складов в магазины, наличие продукции на складах и потребности магазинов приведены в следующей таблице:

Поставщик	Транспорт. издержки для магазинов, у.е. за единицу			Общий объем предложения
	A	B	C	
P	10	20	5	9
Q	2	10	8	4
R	1	20	7	8
Общий объем спроса	3	5	6	

1. Требуется найти распределение перевозок, позволяющее свести к минимуму общие транспортные издержки методом Фогеля.

2. Рассчитайте транспортные издержки для каждого распределения. Какое распределение наиболее эффективно?

Решение:

Составим сбалансированную транспортную таблицу:

Поставщик	Транспорт. издержки для магазинов, у.е. за единицу				Общий объем предложения
	A	B	C	Фиктивный	
P	10	20	5	0	9
Q	2	10	8	0	4
R	1	20	7	0	8
Общий объем спроса	3	5	6	7	21

Начальное распределение перевозок, полученное методом Фогеля

Проверка на оптимальность

Проверка начального распределения перевозок на оптимальность — **Метод МОДИ или Метод потенциалов**

Теневые цены для каждой пустой (небазисной) клетки можно найти из соотношения:
 $S_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$

Где u_i — компонента, соответствующая строке,

v_j — компонента, соответствующая столбцу

i, j — номер строки и столбца

Если все теневые цены положительны или равны нулю ($S_{ij} \geq 0$), то решение оптимально

$C_{13} = 5 = u_1 + v_3$ для заполненной клетки (P, C)

$C_{14} = 0 = u_1 + v_4$ для заполненной клетки (P, фиктивный)

$C_{33} = 7 = u_3 + v_3$ для заполненной клетки (R, C)

$C_{31} = 1 = u_3 + v_1$ для заполненной клетки (R, A)

$C_{32} = 20 = u_3 + v_2$ для заполненной клетки (R, B)

$C_{22} = 10 = u_2 + v_2$ для заполненной клетки (Q, B)

Пусть $u_1 = 0$. Следовательно $v_3 = 5$, $v_4 = 0$, $u_3 = 2$, $v_1 = -1$, $v_2 = 18$, $u_2 = -8$

Подставим полученные значения в $S_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$ и получим теневые цены:

$S_{11} = 10 - (0 + (-1)) = +11$ для пустой клетки (Р, А)

$S_{12} = 20 - (0 + 18) = +2$ для пустой клетки (Р, В)

$S_{21} = 2 - (-8 - 1) = +11$ для пустой клетки (Q, А)

$S_{23} = 8 - (-8 + 5) = +11$ для пустой клетки (Q, С)

$S_{24} = 0 - (-8 + 0) = +8$ для пустой клетки (Q, фиктивный)

$S_{34} = 0 - (2 + 0) = -2$ для пустой клетки (R, фиктивный)

Полученные значения заносятся в транспортную таблицу:

Применение метода МОДИ для проверки на оптимальность начального распределения перевозок

Торговый склад	Розничный магазин				Общее предложение
	А	В	С	Фиктивный	
Р	$\begin{matrix} +11 \\ 10 \end{matrix}$	$\begin{matrix} +2 \\ 20 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 \\ 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 7 \\ 0 \end{matrix}$	9
Q	$\begin{matrix} +11 \\ 2 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 10 \end{matrix}$	$\begin{matrix} +11 \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} +8 \\ 0 \end{matrix}$	4
R	$\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 20 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -2 \\ 0 \end{matrix}$	8
Общая потребность	3	5	6	7	21

Этап 3. Поиск оптимального решения

Ступенчатый цикл для (R,

фиктивный)

	С	Фиктивный
Р	$\begin{matrix} + \\ 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix}$
Q	$\begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 7 \\ 0 \end{matrix}$
R	$\begin{matrix} - \\ 4 \end{matrix}$	$\begin{matrix} + \\ -2 \end{matrix}$

Перераспределение перевозок

Торговый склад	Розничный магазин				Общее предложение
	А	В	С	Фиктивный	
Р	$\begin{matrix} - \\ 10 \end{matrix}$	$\begin{matrix} - \\ 20 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2 + 4 \\ 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 7 - 4 \\ 0 \end{matrix}$	9
Q	$\begin{matrix} - \\ 2 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 \\ 10 \end{matrix}$	$\begin{matrix} - \\ 8 \end{matrix}$	$\begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix}$	4
R	$\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ 20 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 4 - 4 \\ 7 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 + 4 \\ 0 \end{matrix}$	8
Общая потребность	3	5	6	7	21

Проверим данное решение на оптимальность методом МОДИ:

$$\begin{array}{ll}
 C_{13} = 5 = u_1 + v_3 & \text{положим } u_1 = 0, \text{ тогда} & v_3 = 5 \\
 C_{14} = 0 = u_1 + v_4 & & v_4 = 0 \\
 C_{34} = 0 = u_3 + v_4 & & u_3 = 0 \\
 C_{31} = 1 = u_3 + v_1 & & v_1 = 1 \\
 C_{32} = 20 = u_3 + v_2 & & v_2 = 20 \\
 C_{22} = 10 = u_2 + v_2 & & u_2 = -10
 \end{array}$$

Так, теневые цены соответствующие пустым клеткам будут равны:

$$\begin{array}{l}
 S_{11} = 10 - (0 + 1) = +9 \\
 S_{12} = 20 - (0 + 20) = 0 \\
 S_{21} = 2 - (-10 + 1) = +11 \\
 S_{23} = 8 - (-10 + 5) = +13 \\
 S_{24} = 0 - (-10 + 0) = +10 \\
 S_{34} = 7 - (0 + 5) = +2
 \end{array}$$

т. к. ни одно из значений теневых цен не отрицательно, полученное решение является оптимальным

Минимальная стоимость равна:

$$101 + (4 \cdot (-2)) = 93$$

Пример №3 Практического задания по теме №4

На вход трехканальной СМО с отказами поступает поток заявок с интенсивностью $\lambda = 4$ заявки в минуту. Время обслуживания заявки одним каналом $t_{\text{обсл}} = 0,5$ минут. Найти показатели работы системы.

Решение.

Находим вероятность простоя трехканальной СМО:

$$R = \lambda / \mu$$

R - загрузка системы (среднее число заявок, приходящих за среднее время обслуживания одной заявки),

λ – интенсивность потока заявок;

μ – интенсивность потока обслуживания;

$$\mu = 1/t_{\text{обсл}} = 1 / 0,5 \text{ мин} = 2 \text{ заявки}$$

$$R = 2 / 4 = 0,5$$

$n = 3$ – количество каналов обслуживания

$$P_0 = \frac{1}{1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!}} = 0,158$$

Вероятность отказа определяем по формуле:

$$P_{\text{отк}} = r^n \cdot \frac{P_0}{n!} = 2^3 \cdot \frac{0,158}{3!} = 0,21$$

Относительная пропускная способность системы:

$$P_{\text{обсл}} = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - r^n \cdot \frac{P_0}{n!} = 1 - 0,21 = 0,79$$

Абсолютная пропускная способность системы (среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени):

$$A = \lambda \cdot P_{\text{обсл}} = 4 \cdot 0,79 = 3,16$$

Среднее число занятых каналов:

$$K = \frac{A}{\mu} = r \cdot P_{\text{обсл}}$$

Длительность обслуживания:

$$q = \frac{k}{n} = \frac{1,58}{3} = 0,53$$

Среднее время пребывания заявки в СМО:

$$t_{\text{СМО}} = 0,79 \cdot 0,5 = 0,395 \text{ мин}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грызина Н.Ю., Мастева И.Н., Семенихина О.Н. - Математические методы исследования операций в экономике. Учебное пособие. - М.: Евразийский открытый институт, 2009
2. Делен С.А. Методы экономических исследований. Конспект лекций. Учебное пособие. - М.: А-приор, 2011
3. Калашникова Т.В. Исследование операций в экономике. - издательство Тоского Политехнического университета, 2011
4. Кремер Н.Ш. - Исследование операций в экономике. Учебное пособие для вузов. - М.: Банки и биржи, 2010
5. Федосеев В.В. - Экономико-математические методы и прикладные модели. Учебник 3-е издание. - М.ЮРАЙТ, 2013

